

多面体要素の個別要素法による粒状体シミュレーションへの転がり摩擦の導入に関する基礎的研究

野畑舞愛郎¹・古川愛子¹・清野純史¹

Fundamental Study on Introduction of Rolling Friction to Granular Material Simulation using Distinct Element Method with Polyhedral Elements

Maaro NOBATA¹, Aiko FURUKAWA¹ and Junji KIYONO¹

Abstract

Circular elements are frequently used in the DEM simulations of granular materials. Since circular elements are easy to rotate, rolling friction has been used as a method to suppress element rotation. On the other hand, in DEM simulations using polyhedral elements, rolling friction is rarely used because the shape of the element itself has the effect of suppressing rotation. However, if the element shape is different from that of the actual granular material, the rolling resistance is also different. Therefore, the analysis results are different from the actual behavior. Therefore, in this study, rolling friction is newly introduced into the DEM using the polyhedral elements. It was confirmed whether the proposed rolling friction works in the DEM using the polyhedral elements and whether the introduction of rolling friction reduces the differences in simulation results using elements with different shapes. Specifically, simulations were performed to determine the angle of repose for elements with two different shapes (decahedral and octahedral) with varying coefficients of sliding friction and rolling friction to investigate the effect of rolling friction on the angle of repose. The effects of sliding and rolling friction on the analytical results were verified through failure simulations of a rock mass.

キーワード：多面体要素の個別要素法, 転がり摩擦, 要素形状, 安息角, 斜面崩壊

Key words: DEM with polyhedral elements, rolling friction, element shape, angle of repose, slope failure

1. はじめに

1971年にCundall¹⁾によって提唱された個別要素法 (Distinct Element Method: DEM) は離散体

の解析手法の1つである。個別要素法は連続体の解析手法では表現の難しい粒状体の挙動²⁻⁶⁾や構造物の破壊後の挙動^{2,7,8)}のシミュレーションが⁵⁾で

¹⁾ 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻
Department of Urban Management, Kyoto University

きる手法として有用性が認められてきた。

個別要素法を用いた粒状体シミュレーションのほとんどのケースでは円・球形要素が用いられているが^{2,3,5,6}、多面体要素を用いた個別要素法の例としては、古川らによって提案された改良版個別要素法 (Refined DEM)⁹、BLOCK3D¹⁰、iDEM¹¹、商用ソフトである3DEC¹²、オープンソースのBlaze-DEM¹³、Yade¹⁴などがある。

円・球形要素を用いた個別要素法は、要素間の接触判定のアルゴリズムが簡単であるため計算時間が大幅に短縮されるというメリットがある。しかし、実際の粒子形状は完全な円や球ではないため、円・球形要素を用いた個別要素法では要素の回転量が実挙動に比べて大きくなりすぎるという問題が生じる。そこで、円・球形要素を用いた個別要素法における回転を抑制するための方法として、転がり摩擦が提案された¹⁵。

円・球形要素を用いた個別要素法における転がり摩擦に関しては数多くの研究がなされてきた¹⁵⁻²¹。Wensrichら¹⁶は、個別要素法では精緻なモデル化が難しい複雑な形状を持つ粒子の挙動を、粒子形状をモデル化する代わりに円形要素に転がり摩擦を導入することで簡易に再現できるかどうか研究を行った。中瀬ら²⁰は、球形要素によって地盤モデルの作成を行った場合、接線方向と法線方向の接触力だけでは、粒子間の滑り摩擦係数をどれだけ大きくしても地盤強度定数としての内部摩擦角は25°程度に留まってしまうことと、転がり摩擦の必要性を示した。

一方、多面体要素を用いた個別要素法では、要素形状自体に回転を抑制する効果があることもあり、転がり摩擦を考慮した解析は行われていない。しかし、要素形状と実際の粒子形状が対応していない場合は、転がり抵抗も異なるため、解析結果と実挙動に差異が生じると考えられる。

なお、円・球形要素を用いた個別要素法において、転がり摩擦を用いずに、複数の円・球形要素を結合して複雑な形状を模擬する解析も行われている^{16,22}。実際の粒子サイズに比べて径の小さい円・球形要素をオーバーラップを許容して多数結合するほど形状の再現精度が高まり、形状の再現

精度と落石シミュレーションの解析精度の間に関係のあることが明らかとされている²²。

東ら²³は、石造アーチ橋における中詰め材 (碎石) の大きさが壁面の崩壊し易さに及ぼす検討の中で、改良版個別要素法を用いて振動台実験の再現解析を行っている。なお、碎石は十面体要素でモデル化しており、改良版個別要素法では転がり摩擦を考慮していない。解析により、振動台実験で確認された“碎石が大きいほうが壁石の耐震性が高い”という傾向は再現できたが、加振中の挙動を完全に再現することはできなかった。その理由の1つとして、実際の碎石の形状と解析モデルの要素形状の違いがあると考えた。複雑な形状を持つ碎石を十面体要素でモデル化したが、碎石同士に起因するかみ合いを表現することができないため、転がり抵抗に差が生じたのではないかと考えた。解析結果を実験結果に近づける方法として、①実際の碎石の複雑な形状を忠実にモデル化する方法、②転がり摩擦の導入により形状に起因する転がり抵抗の差を解消する方法、の2つが考えられる。近年、複雑な形状が扱える解析コードも存在^{4,14}するが、全ての碎石や岩石・岩塊の形状を3Dスキャナーで測量して形状を完璧にモデル化することは現実的でない。そこで本研究では、多面体要素で形状を大まかに再現した上で、多面体要素に転がり摩擦を導入することで、要素形状の違いによる解析結果の差異を埋めることができないかと考えた。

本研究は、多面体要素と実際の粒子形状の差を、多面体要素に転がり摩擦を導入することで解消できるか検討する。球形要素でなく多面体要素に転がり摩擦を導入する理由は、要素形状が実際の粒子形状と大きく異なる場合に、転がり摩擦だけで差を埋めることができないためである。例えば後述する十面体と八面体を用いた安息角のシミュレーションでは、転がり摩擦係数の増加に対して安息角の増加は頭打ちとなり、転がり摩擦だけで再現できる安息角に上限があることがわかった。また、球形に近い十面体の方が再現できる安息角の上限が小さいこともわかった。十面体と八面体は既に転がり抵抗を有しているため、転がり抵抗

のない球形要素の場合、転がり摩擦だけで再現できる安息角の上限は更に小さくとなると考えられる。つまり、転がり摩擦は万能ではなく、球形要素を用いた場合、転がり摩擦だけで形状の差をカバーすることは困難な場合があると考えられる。従って、岩石・岩塊等の粒子形状の大まかな特徴を捉えた多面体で近似した上で、それでも残る形状の差を転がり摩擦によって埋めることを考えている。本研究で用いる改良版個別要素法では、ばね定数は物性値から決定できるため、調整が必要なパラメータは転がり摩擦係数だけとなる。実際の粒子の安息角を再現するように決定することを考えている。

本研究は、改良版個別要素法に新たに転がり摩擦を導入すること、転がり摩擦の導入によって転がり抵抗が向上したか検証すること、要素形状による解析結果の差異を転がり摩擦によって埋めることができるのか検証を行うことを目的とする。具体的には2種類の形状(十面体と八面体)の要素について滑り摩擦係数と転がり摩擦係数を様々に変化させた安息角を求めるシミュレーションを行い、安息角に及ぼす転がり摩擦の影響を調べた。そして、要素形状が異なっても、転がり摩擦を考慮することで安息角を一致させることができるか検証した。また、十面体と八面体の要素を用いて斜面崩壊挙動の数値解析を行った。安息角が等しくなるように転がり摩擦を調整することで、異なる要素形状を用いても同じような斜面崩壊挙動を得ることができると検証を行った。

本論文の構成は以下の通りである。2章では、改良版個別要素法の概要と転がり摩擦のモデル化手法について述べる。3章では、2種類の形状の

要素に対して安息角を求めるシミュレーションを行い、安息角に及ぼす転がり摩擦の影響を比較検証する。4章では、岩塊を用いた斜面崩壊シミュレーションを行い、異なる形状の要素でも、転がり摩擦により安息角が等しくなるよう調整することによって、同じ崩壊挙動の再現ができるか検証を行った。また同じ要素形状で転がり摩擦を変化させた際の斜面上での挙動の変化についても検討を行った。

2. 改良版個別要素法への転がり摩擦の導入

2.1 改良版個別要素法の概要

(1) 個別要素法との違い

個別要素法では、構造物を剛体要素の集合体としてモデル化する。要素同士が接触した際に、接触要素間に仮想のばね・ダッシュポットを設置し、要素同士の貫入距離に基づいた力を伝達することで、要素間の相互作用を簡易にモデル化する。個別要素法では、時々刻々と変化する各要素間の接触問題を個別に取り扱いながら解析が行われる。

円形要素を用いた個別要素法では、要素間のばねのばね定数はHertzの接触理論等に基づき材料物性値から決定される²⁴⁾。しかし、多面体要素を用いた個別要素法には、物性値から要素間をつなぐばねのばね定数を理論的に決定できないという問題があった。

本研究で用いる改良版個別要素法は、この問題を解決したもの⁹⁾である。改良点としては、要素表面を複数のセグメントに分割し(図1(a))、それぞれのセグメントの代表点にはばねとダッシュポットを取り付けた(図1(b))という点にある。

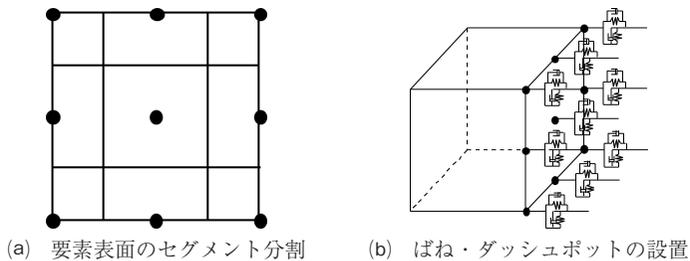


図1 改良版個別要素法の概要

これにより、セグメント毎の力のつり合いに基づきばね定数を物性値から理論的に決定することが可能となった。なお、構造物を剛体要素の集合体としてモデル化する点は、従来の個別要素法と同じである。

なお、個別要素法を改良した手法は全て「改良版」個別要素法となるが、本研究で用いる「改良版個別要素法」の改良点は多面体の個別要素法のばね定数を3次元応力-ひずみ関係に基づき物性値から決定できるようにした点である。既往の文献との連続性から本稿でも「改良版個別要素法」と呼ぶ。

(2) ばね定数の決定

ばねは、要素表面に対して、法線方向 (n) と接線方向 (s) の両方に取り付けられる。法線、接線方向の単位面積あたりのばね定数は次式で表される。

$$\bar{k}_n = \frac{E}{(1-\nu^2)\ell} \quad \bar{k}_s = \frac{E}{2(1+\nu)\ell} \quad (1)$$

ここに、 E は要素の弾性係数、 ν はポアソン比、 ℓ は要素重心から表面までの距離である。式(1)は、セグメント毎の力のつり合い式に3次元応力-ひずみ関係を適用して導出したものである⁹⁾。

2つの要素 A, B が接触しているとする。要素 A, B の弾性係数を E_A, E_B 、ポアソン比を ν_A, ν_B 、重心から表面までの距離を ℓ_A, ℓ_B で表す。本研究では、式(1)で求めたばねが直列につながっていると想定し、要素間の単位面積あたりのばね定数を次式で与えることとする。

$$k_n = \frac{1}{\frac{\ell_A}{E_A/(1-\nu_A^2)} + \frac{\ell_B}{E_B/(1-\nu_B^2)}} \quad (2)$$

$$k_s = \frac{1}{\frac{\ell_A}{E_A/2(1+\nu_A)} + \frac{\ell_B}{E_B/2(1+\nu_B)}}$$

(3) ダッシュポットの減衰係数の決定

ダッシュポットはばねと並列に設置され、要素同士が衝突する際のエネルギー消散を表現するためのものである。ばねとダッシュポットはセグメ

ントの法線方向と接線方向それぞれに設置される。

減衰定数を h とし、単位接触面積あたりの減衰係数は次のように表わされるとする。

$$c_n = 2h\sqrt{m_{ave}k_n} \quad c_s = 2h\sqrt{m_{ave}k_s} \quad (3)$$

ここに、 m_{ave} は単位接触面積あたりの要素 A, B の質量の和であり、次式で表される。

$$m_{ave} = \rho_A \ell_A + \rho_B \ell_B \quad (4)$$

ρ_A, ρ_B は要素 A, B の質量密度である。

2.2 Zhou らの転がり摩擦モデル

転がり摩擦に関しては、以前より多くの研究がなされ様々なモデルが提案されてきた^{15-19, 21)}。本研究では、様々な個別要素法の研究で用いられており、他の転がり摩擦モデルと比較して簡単な Zhou ら¹⁸⁾のモデルを参考にする。このモデルは、法線方向の接触力に比例した抵抗モーメントを回転方向と逆方向に作用させるモデルを一般化したものである。

Zhou らの円形要素を用いた DEM では、次式を用いて転がり抵抗モーメントが計算されている。

$$\vec{T}_r = -\mu_r R_r |F_n| \frac{\vec{\omega}_{rel}}{|\vec{\omega}_{rel}|} \quad (5)$$

ここに、 \vec{T}_r は転がり抵抗モーメント (ベクトル)、 μ_r は転がり摩擦係数、 R_r は有効転がり半径 (要素 i と要素 j の半径が r_i と r_j のとき、 $R_r = r_i r_j / (r_i + r_j)$)、 F_n は法線方向の接触力、 $\vec{\omega}_{rel}$ は接触している2要素の相対角速度ベクトル、 $\vec{\omega}_{rel}/|\vec{\omega}_{rel}|$ は、相対角速度ベクトル $\vec{\omega}_{rel}$ と平行な方向の単位ベクトルである。

式(5)は円形要素を対象としたものであるため、本研究ではこれを多面体要素に拡張する。

2.3 改良版個別要素法への転がり摩擦の導入

式(5)では円形要素の相対角速度ベクトルの逆方向に転がり抵抗モーメントを与えているが、3次元の多面体要素を用いた改良版個別要素法において、接触要素間の相対角速度ベクトルを求めるには非常に複雑な計算が必要になってしまう。

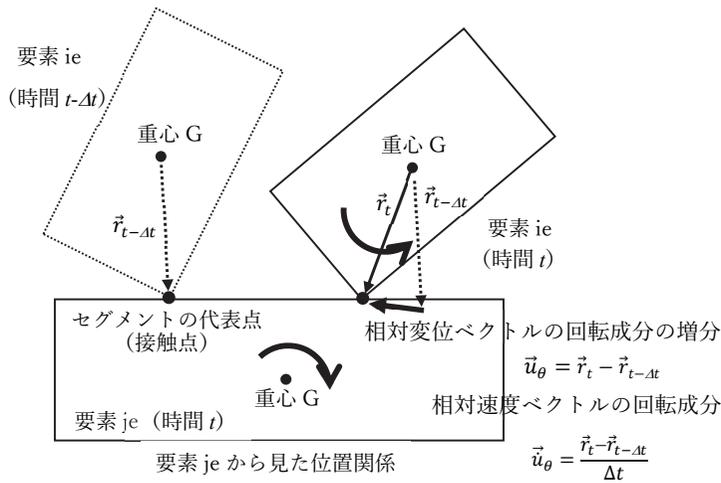


図2 相対速度ベクトルの回転成分

そこで、相対角速度ベクトルを用いる代わりに、図2に示すように、相対速度ベクトルの回転成分 \vec{u}_{θ} を求めて、要素重心から接触点に向かうベクトル \vec{r}_t と、相対速度ベクトルの回転成分方向の単位ベクトルの外積で求まるベクトルの逆方向に転がり抵抗モーメントを与えることとした。

改良版個別要素法では、要素 ie の各セグメントの代表点（ばねを付けている点）と要素 je の接触判定を行っている。従って、接触点は要素 ie のセグメントの代表点となる。図2は、時間 t における要素 ie と要素 je の位置関係と、時間 $t-\Delta t$ において要素 je から見た要素 ie の位置関係を示す。時間 $t-\Delta t$ において要素 ie の重心 G からセグメントの代表点に向かうベクトルを $\vec{r}_{t-\Delta t}$ 、時間 t において要素 ie の重心 G からセグメントの代表点に向かうベクトルを \vec{r}_t とする。このとき、相対速度ベクトルの回転成分を

$$\vec{u}_{\theta} = \frac{\vec{r}_t - \vec{r}_{t-\Delta t}}{\Delta t} \quad (6)$$

で表すこととする。そして、 \vec{r}_t と相対速度ベクトルの回転成分方向の単位ベクトル $\vec{u}_{\theta} / |\vec{u}_{\theta}|$ との外積の逆方向に転がり抵抗モーメントを与えた。

具体的には、式(7)に示す転がり抵抗モーメントを要素 ie に与えることによって、要素 ie が受ける転がり摩擦による抵抗力を表現することと

した。要素 je が受ける転がり抵抗モーメントは、式(7)の \vec{r}_t を要素 je の重心から接触点に向かうベクトルに変更することによって求めることとした。

$$\vec{T}_r = -\mu_r |F_n| \vec{r}_t \times \frac{\vec{u}_{\theta}}{|\vec{u}_{\theta}|} \quad (7)$$

式(7)では、要素重心から接触点までの距離が要素 ie と要素 je で異なるため、それぞれの要素が受ける抵抗モーメントの大きさは異なる。2要素が受ける抵抗モーメントの大きさが異なることについて考察する。実際の2つの粒子が噛み合うとき、作用・反作用の法則により互いに逆向きで大きさの等しい力を及ぼし合っている。しかし、2粒子それぞれの重心から噛み合い箇所までの距離が異なるため、噛み合いによって生じるモーメントの大きさは必ずしも2粒子で同じではない。従って、式(7)により計算されるモーメントの大きさが2要素で異なるのは致命的な問題ではないと考える。

3. 転がり摩擦が安息角に与える影響

3.1 解析概要

本章では、転がり摩擦を導入した改良版個別要素法を用いて、粒状体の安息角シミュレーションを行い、転がり摩擦が安息角に与える影響について検討する。要素形状として、十面体と八面体の2種類の形状を用いた。改良版個別要素法は多面

体要素を基本としており、完全な球形要素を用いて解析を行うことが難しいため、球形に近い転がりやすい要素形状として十面体要素を採用した。また、転がりにくい要素形状として八面体要素を用いた。様々な滑り摩擦係数と転がり摩擦係数の組み合わせに対して安息角を計算し、転がり摩擦の導入によって任意の安息角を再現できるかどうか検証した。

3.2 要素モデル

本研究で作成した十面体と八面体の要素モデルを図3に示す。各辺の長さの比は図に示した通り

であり、この縮尺を保った状態で基準辺の長さにより十面体、八面体のサイズの定義を行う。本研究の解析では、斜面を転がる岩塊を想定し、基準辺が1 mの要素モデルを用いた。

3.3 安息角を求めるための解析手順

本研究の解析手順について説明する。解析は2段階で実施した。

(1) 第1段階：要素の充填

安息角を求めるための解析に先立ち、十面体または八面体要素の集合体を充填させるための解析を実施した。図4(a)(b)に示すように、細長い直方

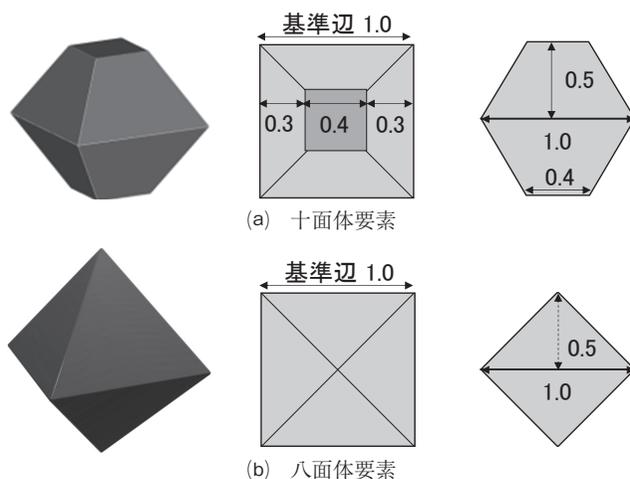


図3 要素モデル (左から、立面図, 上面図, 側面図)

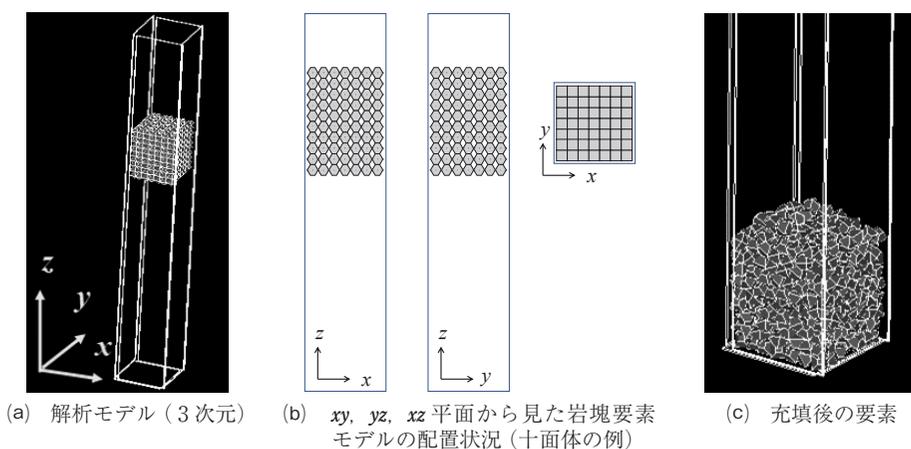


図4 岩塊要素の充填に用いる容器と岩塊の解析モデルと充填後の様子

体の容器の上方に要素を規則的に配置し、重力によって自由落下させて、容器内に充填させた。

容器のサイズは幅方向 (x 方向) に 7.5 m, 奥行き方向 (y 方向) に 7.5 m, 高さ方向 (z 方向) に 35 m である。この容器内に、図 4 (b) に示すように、基準辺 1 m の岩塊要素モデルを x, y 方向それぞれに 7 個ずつ ($1\text{ m} \times 7$ 個 = 7 m), z 方向に 10 個 ($1\text{ m} \times 10$ 個 = 10 m), 計 490 個を容器底面から 20~30 m の高さに配置した。岩塊要素を自由落下させて充填する際に、落下した要素が散らばり隙間を埋めるように x, y 方向それぞれ 0.5 m ずつ余裕を持たせた容器の大きさに設定している。

具体的な解析手順について述べる。容器を全自由度固定し、容器の底面から高さ 20~30 m の位置に岩塊の集合体を配置し、要素重心に重力加速度を鉛直下向き (z 軸の負方向) に与え、自由落下させる。岩塊が自由落下し、容器および他の岩塊要素と衝突し、岩塊の挙動が容器内で安定するまでの 10 秒間の解析を行い、岩塊を充填させた。

(2) 第 2 段階：安息角の算出

第 1 段階の解析後、充填された容器内の岩塊モデルの座標を読み取り、平らな要素の上に配置する。再び、重力下に置くと、これまで岩塊を支えていた容器の支えがないため、図 5 のように斜面状に崩れる。崩れた岩塊モデルの安息角は、解析結果の画像からオンライン分度器²⁵⁾を用いて計測した。測定場所によって測定結果に差が出ることを防ぐため、 x - z 平面と y - z 平面でそれぞれ両方向から測定し 4 回の測定結果の平均値をそのモデルの安息角としている。4 方向からの測定結果の差は、最小で 1 度、最大で 5 度であった。

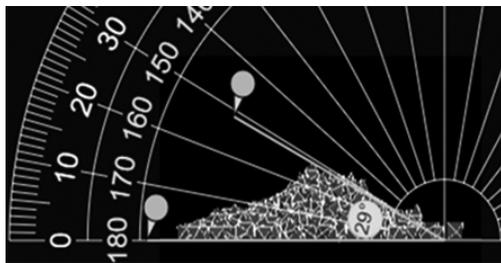


図 5 解析結果と安息角の測定の様子

なお、図 4 (b) のような規則的な配置以外に乱数を用いたランダム配置や、自由落下以外に振動を与えて充填させる方法など様々試したが、4 方向からの平均を取れば安息角の算定結果に大きな影響はなかったことから、規則配置と自由落下を組み合わせた簡単な方法を採用した。

3.4 解析諸元

本解析では、十面体要素で構成される岩塊と、八面体要素で構成される岩塊それぞれに対して、滑り摩擦係数と転がり摩擦係数を様々に変えた数値解析を実施し、安息角を算出した。

滑り摩擦係数 μ_s は 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.8 の 5 通り、転がり摩擦係数 μ_r は 0.0, 0.2, 0.3, 0.5, 0.8 の 5 通りとした。なお、滑り摩擦係数と転がり摩擦係数は全ての要素間で同じ値を利用している。

要素間の衝突時のエネルギー消散を表すためのダッシュポットの減衰定数には、臨界減衰 (式 (3) における減衰定数 h を 1.0 に設定) を採用した。碎石の安息角の実験を対象にした数値解析²³⁾において、臨界減衰を採用したときに実験結果を精度よく再現したことから臨界減衰を採用した。

解析に使用した密度、ヤング率、ポアソン比を表 1 に示す。表 1 に示す物性値を、式 (1) ~ (4) に代入することで、ばね定数とダッシュポットの減衰係数を決定した。容器の物性値はアクリル板を想定して一般的な値を採用した。

岩塊の密度、ポアソン比は既往の研究を参考に設定した²⁶⁾。ヤング率は、実際のヤング率の 1/100 に設定した。改良版個別要素法では、ヤング率が大きいほど短い解析時間間隔が要求され、解析時間が長くなる。本研究では、解析時間短縮のために、実際より小さいヤング率を使用した。ヤング率 (剛性) の値は、圧縮試験のように要素間に大きな圧縮力がかかり要素同士がオーバーラップする

表 1 解析に用いる物性値

要素	密度 (t/m ³)	ヤング率 (N/m ²)	ポアソン比
岩塊	3.2	2.0×10^8	0.18
アクリル板	1.19	3.0×10^9	0.35

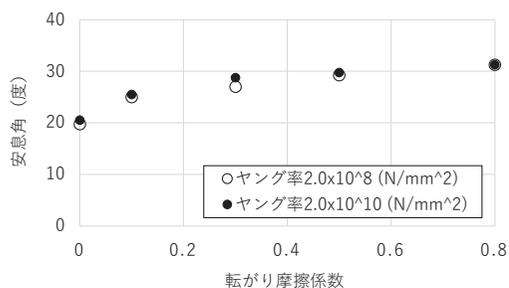


図6 岩塊のヤング率が安息角に及ぼす影響 (十面体要素, 滑り摩擦係数0.4)

ことで変形が生じるような解析では結果に大きな影響を及ぼすが、要素同士の相対運動(滑りや回転)によって変形が生じるケースでは支配的でないことが多い²⁷⁾。本研究の解析も、後者のケースであると考え、実際より小さいヤング率を採用した。仮説の確認のため、ヤング率が 2.0×10^{10} N/m²と 2.0×10^8 N/m²のときの安息角の算定結果を比較した。図6に、岩塊を十面体要素でモデル化し、滑り摩擦係数を0.4としたときの2通りのヤング率

に対する安息角の解析結果を示す。仮説の通り、ヤング率は安息角にほとんど影響しないことを確認できたことから、本研究では表1に示す物性値を採用した。

3.5 解析結果

例として、十面体要素で滑り摩擦係数が0.4のときの、第2段階の解析結果を図7に示す。滑り摩擦係数が同じでも、転がり摩擦係数が増加するにつれて安息角が増加する傾向が見てとれる。つまり、2章で提案した方法によって転がり抵抗が増加していることを確認することができる。

滑り摩擦係数を0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.8の5通りに対して、転がり摩擦係数を0.0, 0.2, 0.3, 0.5, 0.8と5段階に増加させたときの安息角を読み取りグラフにまとめたものを図8に示す。同図(a)は十面体要素、同図(b)は八面体要素の結果である。

図8より、5通りの滑り摩擦係数すべてにおいて、十面体要素でも八面体要素でも、転がり摩擦係数の増加により安息角が増加していることがわ

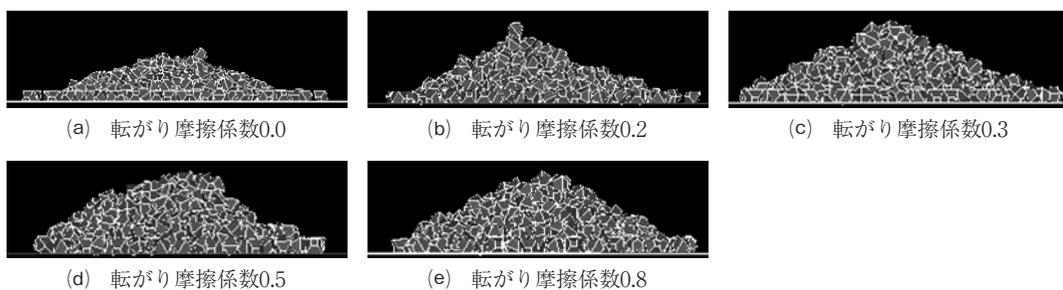


図7 安息角を算出するための解析結果の例 (十面体要素, 滑り摩擦係数0.4)

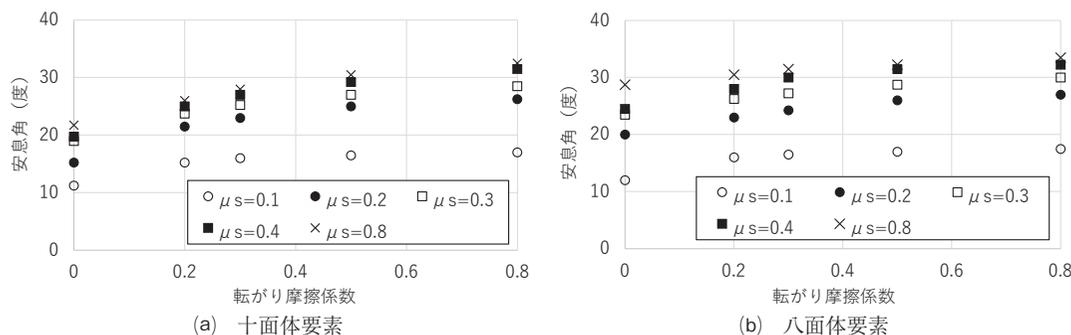


図8 様々な滑り摩擦係数 μ_s と転がり摩擦係数に対する安息角の解析結果

かる。すなわち、2章で提案した方法によって、改良版個別要素法でも転がり抵抗を表現できていることを確認することができた。

また、図8(a)と(b)の比較より、滑り摩擦係数が等しくても要素形状が異なる場合、従来の転がり摩擦を考慮しない改良版個別要素法(転がり摩擦係数が0.0のケースに相当)では異なる安息角となっており、球形に近い十面体要素の方が安息角が小さくなっている。しかし、転がり摩擦係数を調整することによって、異なる要素形状でも同程度の安息角を再現できるケースのあることも確認できる。

さらに、5通りの滑り摩擦係数すべてにおいて、十面体要素でも八面体要素でも、転がり摩擦係数が0.0から0.2に増加した時に安息角は最も大きく増加している。そして、転がり摩擦係数が大きくなるにつれ、転がり摩擦係数の増加に対する安息角の増加割合は緩やかになることが確認された。つまり、滑り摩擦係数や転がり摩擦係数を大きくしていても再現できる安息角の大きさには限界が存在することから、転がり摩擦係数だけで要素サイズの違いを完全に埋めるには限界があることもわかった。

以上の解析結果から、安息角の大きさという点においては、転がり摩擦の導入効果を確認することができ、滑り摩擦だけでは再現することのできなかった広範囲の安息角の再現を行うことができた。しかし、転がり摩擦だけでは再現できる安息角に上限があることもわかった。球形に近い十面体要素の方が八面体要素よりも再現できる安息角の上限が小さいことから、球形要素の場合は、転がり摩擦だけで再現できる安息角の上限は更に小さくなると推察される。このことから、粒子同士の噛み合いが大きく安息角が大きい粒状体の再現に球形要素を用いた場合、転がり摩擦だけで所望の回転抵抗を表現するのは困難な場合があると考えられる。このような場合は、粒子形状の大まかな特徴を捉えた多面体要素でモデル化した上で、それでも残る形状の差を転がり摩擦によって埋めることが有用であると考えられる。

4. 斜面崩壊シミュレーション

4.1 解析概要

3章の解析結果から、岩塊の要素間に転がり摩擦を導入することによって、より広い範囲の安息角を表現できることが分かった。

本章では、より実践的な問題として、斜面における岩塊の崩壊挙動の解析を行った。要素形状や滑り摩擦係数と転がり摩擦係数の値によって、斜面上の岩塊の挙動がどのように変化するのか検証する。また、滑り摩擦係数が等しく形状が異なる要素(十面体要素と八面体要素)を用いたときに、安息角が等しくなるように転がり摩擦係数を設定することで、斜面崩壊挙動の解析結果が等しくなるかどうかを検証する。

4.2 解析モデル

本解析に用いる岩塊の要素は前節で用いたものと同じである(図3)。基準辺の長さも前節と同様に1mとした。

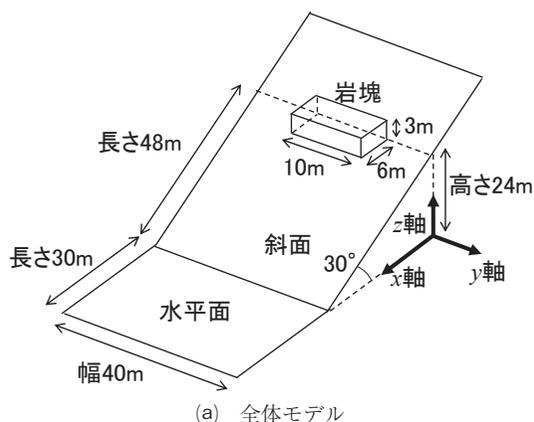
斜面モデルを図9(a)に示す。斜面モデルは、水平面と斜面の2つの平面で構成される。水平面は、幅40m、長さ30mである。斜面の幅も40mであり、水平面と斜面のなす角は30°である。

座標軸は、水平面の長さ方向に x 軸、幅方向に y 軸、高さ方向に z 軸とした。

岩塊は、 x 軸方向に6列(6m)、 y 軸方向に10列(10m)、 z 軸方向に3段(3m)の計180個の要素で構成した。 xy 平面、 yz 平面、 xz 平面から見た岩塊要素の配置状況を図9(b)に示す。なお、岩塊の個数は既往研究²⁸⁾の粒径大のモデルを参考にした。岩塊を包含する6m×10m×3mの直方体を考えたとき、斜面上の水平面からの高さが24mの位置(斜面に沿って長さ48mの位置)に、岩塊を包含する直方体の x 座標と z 座標が最小となる辺がくるように岩塊の初期位置を設定した。

図9に示す岩塊要素に重量加速度を与え、固定された斜面と平面上の岩塊の挙動を解析した。

岩塊の物性値は前節と同じ表1の値を用いた。斜面と水平面を表す要素も岩塊と同じ物性値とした。要素同士が衝突する際のエネルギー消散を表すためのダッシュポットの減衰定数には、臨界減



(a) 全体モデル

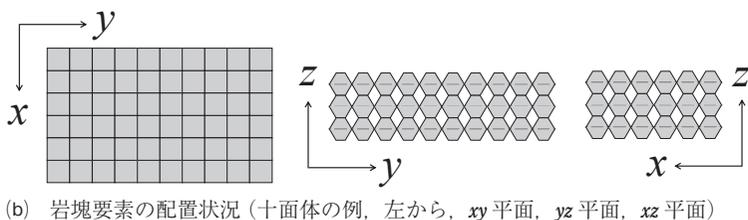
(b) 岩塊要素の配置状況 (十面体の例, 左から, xy 平面, yz 平面, xz 平面)

図9 斜面の解析モデル

衰 (式 (3) における減衰定数 h を1.0に設定) を仮定した。実際の岩塊の数値解析の際は、実際の跳ね返り係数を元に設定する必要がある。

4.3 解析ケース

解析ケースとして、表2に示す10通りのケースを設定した。表中の安息角の範囲とは、3章の安息角の測定において、4方向からの測定結果の範囲を示したものである。

滑り摩擦係数は0.8と0.4の2通りと設定している。斜面の角度を 30° ($\tan 30^\circ = 0.577$) としているため、滑り摩擦係数が0.8で0.577より大きいケース1~6は転がり摩擦が卓越することを想定したケース、滑り摩擦係数が0.4で0.577より小さいケース7~10は滑りが卓越することを想定したケースとしている。

表2 斜面崩壊シミュレーションの解析ケース

ケース	要素形状	滑り摩擦係数	転がり摩擦係数	安息角の平均値 ($^\circ$)	安息角の範囲 ($^\circ$)
ケース1	八面体	0.8	0	28.75	27~31
ケース2	十面体	0.8	0	21.75	21~22
ケース3	八面体	0.8	0.2	30.5	28~33
ケース4	八面体	0.8	0.5	32.25	31~33
ケース5	十面体	0.8	0.2	26	25~28
ケース6	十面体	0.8	0.5	30.5	29~33
ケース7	八面体	0.4	0.5	31.5	30~33
ケース8	十面体	0.4	0.8	31.5	30~34
ケース9	八面体	0.4	0	24.5	23~25
ケース10	十面体	0.4	0.2	25	22~27

4.4 解析結果

転がりが卓越すると想定したケース1～6の結果を図10に、滑りが卓越すると想定したケース7～10の結果を図11に示す。いずれも、斜面上を転がる全ての岩塊が静止した時の様子を示している。

解析結果の定量的な比較のために、岩塊の x 軸方向最大到達距離、岩塊重心の x 軸方向移動距離、法尻までの到達時間の3つの指標を算出した。最

大到達距離は、180個の岩塊のうち、全頂点の x 座標の最大値として求めた。重心の移動距離は、180個の岩塊の重心の x 座標の平均値から、初期値 (3 m) を差し引くことによって求めた。法尻までの到達時間とは、斜面と水平面が交差する地点に岩塊がはじめて到達した時間として求めた。結果を表3に示す。

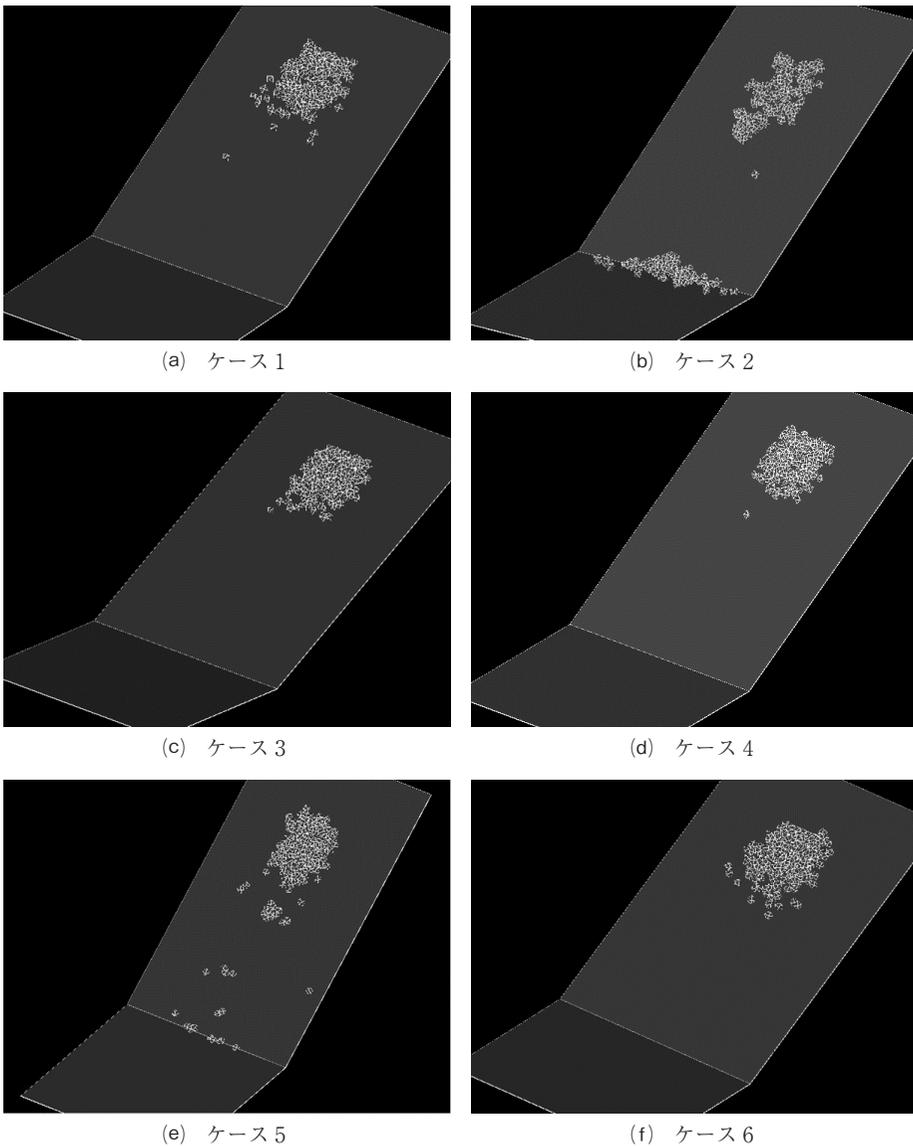


図10 転がりが卓越するケース1～6の斜面上で静止した岩塊の様子

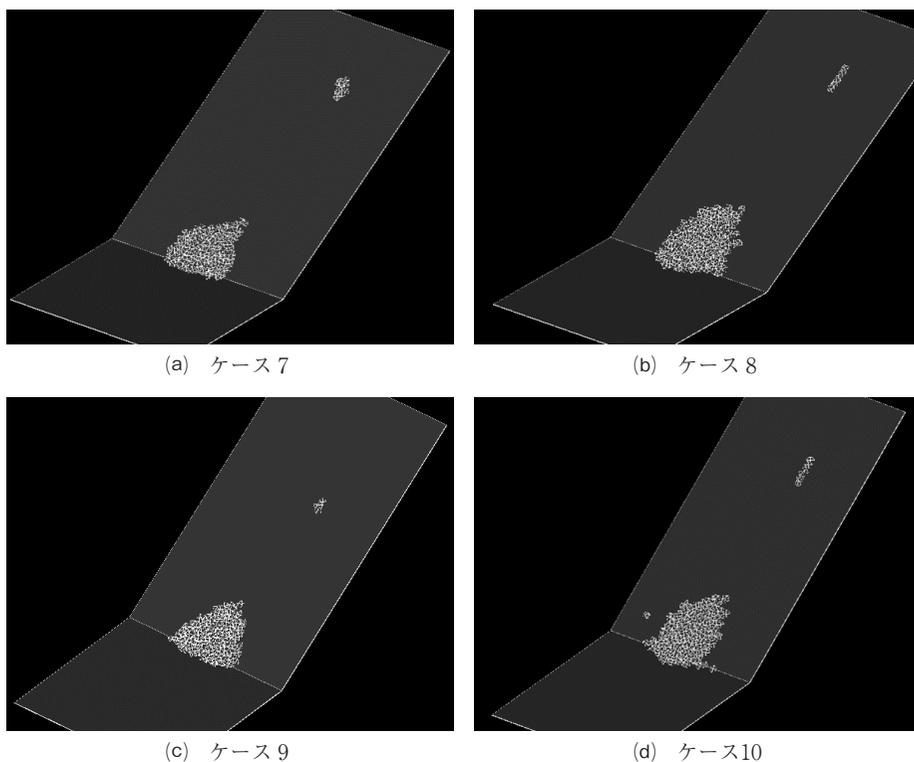


図11 滑りが卓越するケース7～10の斜面上で静止した岩塊の様子

表3 各ケースの岩塊の斜面上での挙動

ケース	岩塊の x 軸方向最大到達距離 (m)	岩塊重心の x 軸方向移動距離 (m)	法尻への到着時間 (sec)
ケース1	22.18	2.87	到達しない
ケース2	44.15	17.05	9.5
ケース3	13.38	1.64	到達しない
ケース4	15.29	1.39	到達しない
ケース5	41.71	6.94	13
ケース6	15.77	3.13	到達しない
ケース7	43.17	33.2	15
ケース8	44.37	33.01	14.6
ケース9	42.8	34.28	15.2
ケース10	43.82	32.92	14.2

(1) ケース1～6の解析結果

ケース1～6では、滑り摩擦係数0.8が斜面の角度の正接0.577よりも大きいため、岩塊は滑ることなく斜面上を転がった(図10, 表3)。

ケース1, 2は、滑り摩擦係数が0.8で等しく、要素形状が異なるケースである。転がり摩擦を考

慮していないことから、要素形状が解析結果に表れている。球形に近く安息角が小さい十面体要素の方が転がりやすく、最大到達距離も重心の移動距離も大きくなっており、法尻にも到達している。一方の八面体要素は転がりにくいため、水平面にたどり着くことなく斜面上で静止した。

ケース1, 3, 4は, 滑り摩擦係数が0.8で等しく, 要素形状も八面体で等しく, 転がり摩擦係数の影響を比較するためのケースである。これらのケースでは要素が水平面に辿り着くことなく解析の早いタイミングで斜面上で静止した。表2に各ケースの安息角を示しているが, ケース1, 3, 4は安息角が斜面の角度(30°)より高いため静止したものと考えられる。ケース1の安息角の平均値は30°より小さいが, 4方向から測定したときの安息角の範囲は27~31°となっており, 最大値の31°が斜面の角度を上回っていることから静止したものと考えた。また表3からわかるように, 転がり摩擦の最も小さいケース1が, 最終ステップにおける到達距離は最大となった。もともと転がりにくい形状を有する八面体要素ではあるが, 転がり摩擦係数を考慮したケース3, 4ではケース1よりもさらに転がり難くなり, 斜面上の移動距離が減少する様子を確認することができた。転がり摩擦係数が最大で安息角の平均値も大きいケース4が, 土塊重心の移動距離が最小となったが, 最大到達距離についてはケース3の方が最大となった。これは, 図10(c)(d)の比較からわかるように, ケース4では1個だけ遠くまで転がった要素があるため最大到達距離が逆転したと考えられる。

ケース2, 5, 6は, 滑り摩擦係数が0.8で等しく, 要素形状も十面体で等しく, 転がり摩擦係数の影響を比較するためのケースである。転がり摩擦の小さいケース2, 5では, 多くの要素が斜面上に留まってしまったが, 水平面まで到達する要素もあった。転がり摩擦が最大のケース6では, 安息角が斜面の角度を上回っているため, すべての要素が斜面上に留まった。これらの3ケースを比較すると, 転がり摩擦係数が大きくなるほど最大到達距離, 重心の移動距離ともに減少しており, 法尻への到達時間も長くなるか到達しなくなっている。

最後に, 要素形状は異なるが滑り摩擦係数と安息角の等しいケース3, 6の比較を行う。両ケースともに安息角が斜面の角度より高くなっており, 水平面まで到達することなく, 解析開始直後の早いタイミングで斜面上で静止した。十面体のケー

ス6のほうがわずかに岩塊の散らばりが大きく, 到達距離も大きくなっているが, 個別要素法の解析結果のばらつきを考えると, 両ケースはよく似た傾向を示しており, 要素形状が異なっても安息角が一致するように転がり摩擦係数を設定することで, 概ね近い結果が得られたと言える。

水平面まで到達したのは, ケース2とケース5の2ケースであった。これらは安息角が斜面の角度30度より小さいケースであった。

(2) ケース7~10の解析結果

ケース7~10では, 滑り摩擦係数0.4が斜面の角度の正接0.577よりも小さいため, 岩塊は斜面上を転がることなく滑動した。

ケース7~10は要素形状と安息角が異なるものの, 全てのケースで最大到達距離, 重心の移動距離, 法尻までの到達時間に違いはほとんど見られなかった。ケース7, 8では安息角が31.5度と斜面の角度より大きいものの, 要素群は斜面上を滑り落ちた。

これらの結果から, 滑り摩擦係数0.4が斜面の正接0.577よりも小さい場合, 転がりよりも滑りが支配的となるため, 転がり摩擦が岩塊の挙動に対して与える影響はほとんど見られなかった。

(3) まとめ

以上の10ケースの解析結果から, 岩塊の要素群が斜面上を滑るのか, それとも転がるのかは滑り摩擦係数によって決まり, 斜面の一番下まで転がり続けるか, それとも途中で静止するかは, 安息角によって決まる傾向が確認された。

滑り摩擦係数が大きく転がりが卓越するケースでは, 転がり摩擦によって斜面崩壊挙動が異なり, 安息角が等しいケース3, 6では斜面上の岩塊挙動が似た結果となった。

一方で, 滑り摩擦係数が小さく滑動が卓越するケースでは, 要素の形状や転がり摩擦係数に関係なく岩塊の要素群が斜面状を滑り落ちるため, 転がり摩擦の影響はほとんど見られなかった。

なお, 安息角が等しくなるように転がり摩擦係数を調整したケース3, 6において, 斜面上での挙動に差が生じたのは, 多数の要素との接触状態が維持される平面上の安息角シミュレーションと,

斜面上で要素が広がりやすい斜面崩壊シミュレーションでは、要素間の接触状況が異なるからと考察している。本章では、岩塊要素の初期配置は図9(b)に示した1通りとした。初期配置は前章の安息角のシミュレーション結果に大きな影響を及ぼさなかったことから、岩塊が斜面上を滑るかどうかわ、ケース間の相対的な転がり易さの違いは初期配置を変えても同様の傾向が得られると推察しているが、定量的な評価も含めて今後の検討課題としたい。

4.5 岩塊の崩落予測への適用に関する考察

実際の岩塊の形状は凹凸があり複雑である。岩石の崩落シミュレーションに関する既往研究より、形状の精度と解析の精度には関係があることが報告されているが、多面体要素を用いたり、球要素を多数結合しても岩塊の形状を完全に再現することは困難である。

本章では、十面体要素と八面体要素を用いて土塊を模擬し、土塊の斜面崩壊シミュレーションを実施した。見かけの安息角が等しくなるように、十面体要素と八面体要素に転がり摩擦係数を設定することによって、斜面上の十面体と八面体の土塊の挙動が概ね似た結果となった。

このことから、実際の岩塊の形状を完全に再現する代わりに、岩塊の安息角を再現できるように転がり摩擦を設定することで、形状に誤差があっても、実際の岩塊挙動を予測できる可能性が示唆された。ただし、実際の岩塊の安息角が必要で、現場試験をしたり、斜面勾配から決定する必要がある。

今後は、模型実験により解析手法の妥当性を検証する必要がある。岩塊の形状を大まかに再現する多面体要素を決定し、安息角を再現するような転がり摩擦係数を試行錯誤的に決定することで、実際の岩塊と多面体要素の形状差を転がり摩擦によって埋め、崩落予測精度向上できるかどうか検証する必要がある。

5. 結論

本研究では、多面体要素を用いた改良版個別要

素法に転がり摩擦を導入し、その影響を安息角と斜面崩壊のシミュレーションによって明らかにした。

まず、転がり摩擦を考慮した安息角のシミュレーションによって以下の知見が得られた。

- 1) 十面体と八面体のいずれの要素でも、転がり摩擦係数の増加により安息角が増加していることが確認できた。提案手法によって、改良版個別要素法において転がり抵抗を表現できていることを確認した。
 - 2) 転がり摩擦係数を調整することによって、異なる要素形状でも同程度の安息角を再現できることがわかった。しかし、再現できる安息角には上限があることを確認した。
 - 3) 球形に近い十面体要素の方が再現できる安息角の上限が小さいことから、円形要素に転がり摩擦を導入して再現できる安息角の上限は更に小さいと推察した。転がり摩擦だけでは任意の転がり抵抗を再現することはできず、要素形状も重要であることがわかった。
- 次に、転がり摩擦を考慮した斜面崩壊シミュレーションによって、以下の知見が得られた。
- 4) 岩塊の要素群が斜面上を滑るのか、それとも転がるのかは滑り摩擦係数によって決まり、斜面の一番下まで転がり続けるか、それとも途中で静止するかは、安息角によって決まる傾向が確認された。
 - 5) 滑り摩擦係数が大きく転がり卓越するケースでは、転がり摩擦によって斜面崩壊挙動が異なり、要素形状が異なっても、転がり摩擦を調整して安息角を近づけることによって、斜面上の挙動を近づけることができた。
 - 6) 滑り摩擦係数が小さく滑動が卓越するケースでは、転がり摩擦の影響はほとんど見られなかった。

以下に本研究の課題を挙げる。本研究では、仮想の斜面モデルを作成して解析を行ったが、模型実験を行い、解析結果を実挙動と比較することで改良版個別要素法における転がり摩擦の有意性を検討したいと考えている。

参考文献

- 1) P. A. Cundall: Formulation of a three-dimensional distinct element model-Part I. A scheme to detect and represent contacts in system composed of many polyhedral blocks, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics*, Vol. 25, No. 3, pp.107-116, 1988.
- 2) 伯野元彦: 破壊のシミュレーション, 拡張個別要素法で破壊を追う, 森北出版株式会社, 1997.
- 3) Matsushima, T., Saomoto, H., Tsubokawa, Y., Yamada, Y.: Grain Rotation versus Continuum Rotation during Shear Deformation of Granular Assembly, *Soils & Foundations*, Vol. 43, No. 4, pp.95-106, 2003.
- 4) Xiang W., Zhen-Yu Y., Hao X., Dong S., Yun-Tian F.: A spherical-harmonic-based approach to discrete element modeling of 3D irregular particles, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 122, Issue 20, pp.5626-5655, 2021.
- 5) Beichuan Y., Richard A. Regueiro: Three-dimensional discrete element method parallel computation of Cauchy stress distribution over granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 43, Issue 5, pp.974-1004, 2019.
- 6) J. Fortin, O. Millet, G. de Saxce: Numerical simulation of granular materials by an improved discrete element method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 62, Issue 5, pp.639-663, 2004.
- 7) Daniele M., Matthew J. D., Andrea Penna, Distinct element modelling of the in-plane cyclic response of URM walls subjected to shear-compression, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 48, Issue 12, pp.1322-1344, 2019.
- 8) B. Chetouane, F. Dubois, M. Vinches, C. Bohatier: NSCD discrete element method for modelling masonry structures, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 64, Issue 1, pp.65-94, 2005.
- 9) Furukawa, A., J. Kiyono, K. Toki: Proposal of a Numerical Simulation Method for Elastic, Failure and Collapse Behaviors of Structures and its Application to Seismic Response Analysis of Masonry Walls, *Journal of Disaster Research*, Vol. 6, No. 1, 2011.
- 10) Ghaboussi, Jamshid Ricardo Barbosa: Three-dimensional discrete element method for granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, No. 14, pp.451-472, 1990.
- 11) Seung Jae Lee, Youssef M.A. Hashash, iDEM: An impulse-based discrete element method for fast granular dynamics, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 104, Issue 2, pp.79-103, 2015.
- 12) Itasca Consulting Group, Inc., 3DEC 7.0 documentatation, 2019.
- 13) Nicolin Govender, Daniel N. Wilke, Schalk Kok: Blaze-DEMGPU: Modular high performance DEM framework for the GPU architecture, *SoftwareX*, Vol. 5, pp.62-66, 2016.
- 14) V. Smilauer et al.: Yade Documentation 3rd ed., 2021. DOI:10.5281/zenodo.5705394 (最終閲覧日: 2022年7月1日).
- 15) 坂口秀・尾崎勲司・五十嵐徹: 円形要素法を用いたDEMにおける回転の抑制に関する研究, 神戸大学農学部研究報告, Vol. 20 (2), pp.239-246, 1993.
- 16) C. M. Wensrich, A. Katterfeld: Rolling friction as technique for modelling particle shape in DEM, *Powder Technology*, Vol. 217, pp.409-417, 2012.
- 17) Jun Ai, Jian-Fei Chen, J. Michael Rotter, Jin Y. Ooi: Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations, *Powder Technology*, Vol. 206, pp.269-282, 2011.
- 18) Y. C. Zhou, B. D. Wright, R. Y. Yang, B. H. Xu, A. B. Yu: Rolling friction in the dynamic simulation of sandpile formation, *Physica A*, Vol. 269, pp.536-553, 1999.
- 19) M. J. Jiang, H.S. Yu, D. Harris: A novel discrete model for granular material incorporating rolling resistance, *Computers and Geotechnics*, Vol. 32, pp.340-357, 2005.
- 20) 中瀬仁・岩本哲也・曹国強・田部井和人・坂口秀・松島亘志: 個別要素法簡易モデルによる地震起因斜面崩落土の堆積範囲評価法の提案, 土木学会論文集A1 (構造・地震工学), Vol. 73, pp.I_694-I_703, 2017.
- 21) 福元豊・坂口秀・村上章: 地盤材料の破壊基準を表現するためのシンプルな個別要素モデル, 土木学会論文集A2 (応用力学), Vol. 67, No. 1, pp.105-112, 2011.

- 22) 橘一光・森口周二・寺田賢二郎・高瀬慎介・京谷孝史・加藤準治：個別要素法を用いた落石シミュレーションにおける形状精度と解析精度の定量的関連付け，土木学会論文集 A2 (応用力学)，Vol. 70, No. 2 (応用力学論文集，Vol. 17)，I_519-I_530, 2014.
- 23) 東祐輔・古川愛子・清野純史：中詰め材の大きさに着目した石橋の耐震性に関する基礎的研究，自然災害学科学，Vol. 40，特集号，pp.67-80, 2021.
- 24) Johnson, K.L.: Contact mechanics, 2nd edn. Cambridge University Press, 1985.
- 25) オンライン分度器，https://www.ginifab.com/feeds/angle_measurement/online_protractor.ja.php (最終閲覧日：2022年7月1日).
- 26) 星野寔・根岸正充：岩石の力学的性質に関する一実験，応用地質，11巻，3号，pp.91-96, 1970.
- 27) 松島亘志：個別要素法の基礎と応用 VII. 実際に個別要素法プログラムを動かしてみよう，http://www.kz.tsukuba.ac.jp/~tmatsu/dem/seg_program/2010第3回DEMセミナー松島資料.pdf (最終閲覧日：2022年7月1日).
- 28) 中瀬仁・曹国強・田部井和人・栃木均・松島亘志：個別要素法による原子力発電所周辺の地震起因性斜面崩落挙動のモデル化と適用性，土木学会論文集 A1 (構造・地震工学)，Vol. 71, No. 4 (地震工学論文集第34巻)，pp.I_476-I_492, 2015.

(投稿受理：2022年4月1日
訂正稿受理：2022年7月4日)

要 旨

個別要素法を用いた粒状体シミュレーションでは，円形要素が用いられることが多い。円形要素は回転し易いため，要素の回転を抑制する方法として転がり摩擦が用いられてきた。一方，多面体要素を用いた個別要素法では，要素形状自体に回転を抑制する効果があるため，転がり摩擦を導入した解析事例はない。しかし，要素形状が実際の粒状体の形状と異なる場合，転がり抵抗も異なる。そのため，解析結果も実挙動と異なるものになってしまう。そこで本研究では，多面体要素を用いた個別要素法に新たに転がり摩擦を導入した。提案した転がり摩擦が個別要素法において機能するか，転がり摩擦の導入により形状の異なる要素を用いた解析結果の差異を低減できるかどうか検証を行った。具体的には，十面体と八面体の2種類の形状の要素について滑り摩擦係数と転がり摩擦係数を変化させた安息角を求めるシミュレーションを行い，転がり摩擦が安息角に及ぼす影響を調べた。また，岩塊の崩壊シミュレーションも行い，滑り摩擦および転がり摩擦が解析結果に及ぼす影響を検証した。